Programme des classes de 5-ièmes

Calcul numérique et algébrique

Ensemble des nombres réels	**2 semaines**	**Niveau à atteindre**
$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{D} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$	$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{Z}^* \right\}$	
	$\mathbb{Q} = \left\{ \begin{array}{l} \text{développements décimaux} \\ \text{illimités périodiques} \end{array} \right\}$	$2{,}1\overline{25} = \frac{2104}{990}$
	$\mathbb{R} = \left\{ \begin{array}{l} \text{développements décimaux} \\ \text{illimités} \end{array} \right\}$	$7{,}8686 < 7{,}8\overline{686}$ $< 7{,}86\overline{86} < 7{,}868868886...$

Racine carrée	**3 semaines**	
Définition	$(\forall a \in \mathbb{R}_+)(\forall x \in \mathbb{R}_+)$ $x = \sqrt{a} \Leftrightarrow x^2 = a$	
Règles de calcul	1) $(\forall a \in \mathbb{R}_+)\left(\sqrt{a}\right)^2 = a$	* $5\sqrt{45} - \sqrt{80} + 2\sqrt{180} = 23\sqrt{5}$
	2) $(\forall a \in \mathbb{R}_+)(\forall b \in \mathbb{R}_+)\sqrt{ab} = \sqrt{a}\sqrt{b}$	* $\left(\sqrt{6} + \sqrt{3} - 1\right)\left(\sqrt{6} - \sqrt{3} + 1\right)$ $= 2 + 2\sqrt{3}$
	3) $(\forall a \in \mathbb{R}_+)(\forall b \in \mathbb{R}_+^*)\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$	* $\frac{2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{7}}{7}$
	4) $(a \in \mathbb{R})\sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$	* $\frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}} = \sqrt{7} - \sqrt{3}$
Propriété	$\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$	Démonstration

Inégalités	**5 semaines**	
Définition	$(\forall x, y \in \mathbb{R})\ \ x \le y \Leftrightarrow y - x \in \mathbb{R}_+$	
Règles	1) $x \le y \Leftrightarrow x \pm a \le y \pm a$ 2) $x \le y \Leftrightarrow \begin{cases} ax \le ay & \text{si } a > 0 \\ ax \ge ay & \text{si } a < 0 \end{cases}$ 3) $x \le y \Leftrightarrow \frac{1}{x} \ge \frac{1}{y}$ si x et y ont même signe 4) $\left.\begin{matrix} a \le b \\ c \le d \end{matrix}\right\} \Rightarrow a + c \le b + d$ 5) $\left.\begin{matrix} a \le b \\ c \le d \end{matrix}\right\} \Rightarrow ac \le bd$ si a, b, c, d sont positifs 6) $(\forall x, y \in \mathbb{R}_+)$ $\sqrt{x} \le \sqrt{y} \Leftrightarrow x \le y$	Démonstrations
Encadrements	amplitude d'un encadrement suite d'encadrements d'un réel Valeurs approchées par défaut, par excès	* On donne $0,3 \le x < 0,4$ et $-0,5 \le y < -0,4$ Encadrer xy, 5x-3y et x / y. * Encadrer $\sqrt{2}$.
valeur approchée	a est valeur approchée de x à α près $\Leftrightarrow \lvert x - a \rvert \le \alpha$	En déduire un encadrement de $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$ * Comparer $\sqrt{7} + \sqrt{12}$ et $\sqrt{20 + 2\sqrt{84}}$
Problèmes		Valeurs approchées de l'aire et du périmètre d'un disque, du volume d'une cuve cylindrique

Révision des équations du 1er degré **2 semaines**

Équations impossibles
équations indéterminées
Problèmes

$$\frac{27x}{5}-\frac{3(3x-2)}{14}=\frac{4}{7}(6x-5)+3x+\frac{1}{2}$$

$$S=\left\{\frac{5}{3}\right\}$$

Inéquations du 1er degré **1 semaine**

Inéquations impossibles
Inéquations indéterminées

$$\frac{x-3}{3}-\frac{4+x}{4}\leq 3(1-x)+\frac{37x-48}{12}$$

$$S=\mathbb{R}$$

Factorisations avec les identités remarquables **2 semaines**

Identités remarquables du 2e et du 3e degré

$$x^6-y^6$$

$$\frac{a^2}{9}-c^2+\frac{b^2}{4}-\frac{ab}{4}$$

$$\frac{25}{16}\left(\frac{x}{2}-3\right)^2-\frac{1}{4}\left(\frac{x}{2}-5\right)^2$$

Équations de degré supérieur à 1 **1 semaine**
se ramenant par factorisation
à des équations du 1er degré

$$\frac{25}{16}\left(\frac{x}{2}-3\right)^2=\frac{1}{4}\left(\frac{x}{2}-5\right)^2$$

Fractions
avec expressions algébriques au dénominateur **1 semaine**

Conditions d'existence

Simplification après factorisation

$$\frac{\frac{x-6}{x+6}}{\frac{x^2-36}{x^2+12x+36}}$$

Opérations

$$\frac{2(a+b)}{a^2-b^2}\cdot\frac{a-3b}{2a}+\frac{3ab-b^2}{(a-b)^2}\cdot\frac{a-b}{b^2}$$

Puissances à exposants entiers
(positifs et négatifs) **2 semaines**

Définition
Règles de calcul

* $(-3)^2\left[\left(\frac{-1}{3}\right)^2-3\left(\frac{-4}{7}\right)^2\right]^{-1}=\frac{147}{131}$

* $\frac{\left(-3x^{-2}\right)^3\left(-3x^2\right)^{-4}}{\left[(-x)^3\right]^{-2}\cdot\left(3^2x^{-2}\right)^2}=-\frac{1}{27x^8}$
si $x\neq 0$

Notation scientifique

* $\left(-4\cdot 10^{-2}\right)\left(2,5\cdot 10^{-4}\right)^2$
* $4,7\cdot 10^{-1}+5,2\cdot 10^2$

Problèmes	année-lumière µm	distances astronomiques et microscopiques